

**Бургаски държавен университет "Проф. д-р Асен
Златаров"**

АВТОРЕФЕРАТ

**ЗА ПРИДОБИВАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНА И НАУЧНА
СТЕПЕН "ДОКТОР"**

НА Петър Росенов Петров

**ТЕМА: Моделиране на процеси за анализ на големи
данни чрез обобщени мрежи**

Област на висшето образование:	5 Технически науки
Професионално направление:	5.3 Комуникационна и компютърна техника

НАУЧНИ РЪКОВОДИТЕЛИ:

1. Акад. проф. д-р дмн Красимир Т. Атанасов
2. доц.д-р Веселина К. Бурева

Дисертационният труд е обсъден и допуснат до защита на разширено заседание на катедра "Компютърни системи и технологии", проведено на 26.06.2025 г. в Бургаски държавен университет "Проф. д-р Асен Златаров" - Бургас.

Дисертационният труд съдържа 148 страници, от които 67 фигури и 4 таблици. Използвани са 138 литературни източници. Резултатите са публикувани в 10 статии.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на2025 г. от ч. в зала в Бургаски държавен университет "Проф. д-р Асен Златаров" - Бургас на научно жури в състав:

1. проф. д-р Сотир Николов Сотиров
2. доц. д-р Деян Георгиев Мавров
3. проф. Мария Михайлова Нишева-Павлова
4. проф. д.н. Даниела Ананиева Орозова
5. чл.-кор. проф. д-н Стефан Тодоров Хаджитодоров

Резервни членове: 1. доц. д-р Тодор Петков Петков
2. доц. д-р Нора Ангелова Ангелова

Материалите по защитата са предоставени за заинтересованите в кабинет
.....

Автор: Петър Росенов Петров

Заглавие: Моделиране на процеси за анализ на големи данни чрез обобщени мрежи

Благодарности

Бих искал да изкажа голямата си благодарност към ръководителите на дисертационния ми труд доц. д-р Веселина Бурева и Акад. дмн дтн Красимир Атанасов за знанията, помощта, възможностите и вдъхновението.

Изказвам благодарности и на доц. д-р Величка Транева, доц. д-р Стоян Транев, които допринесоха с възможности за допълнителни изследвания и практически софтуерни реализации в областта на индексиранияте матрици и интуиционистки размитите множества чрез съвместното ни участие в НИХ-440/2020 „Индексиранияте матрици като инструмент за извличане на знания”.

Благодаря и на ръководителя на Лаборатория по интелигентни системи към БДУ „Проф. д-р Асен Златаров” - проф. Сотир Сотиров за цялостната подкрепа по време на моето обучение първо като магистър, а впоследствие и като докторант.

Благодаря и на всички колеги от катедра „Компютърни системи и технологии” при БДУ „Проф. д-р Асен Златаров” за подкрепата и съдействието.

Част от изследванията в дисертационния труд и публикации в него са подпомогнати от Проект BG05M20P001-1.002-0011 „Изграждане и развитие на Център за Компетентност по Мехатроника и чисти технологии MIRACle (Mechatronics, Innovation, Robotics, Automation, Clean technologies)”.

Характеристика на дисертационния труд

В съвременното ежедневие, хората са заобиколени от не просто “океан от данни”, а от цяла “Вселена от данни”! Даните са навсякъде около нас и са наши спътници във всички области на човешката дейност. Днес данните са ключови за развитието не само на изкуствения интелект, но и на всички области - например, здравеопазване, образование, икономика, транспорт, земеделие, строителство, както и много други. Не би било пресилено твърдение, ако кажем, че данните са градивните елементи на умното и устойчиво бъдеще! Данните всъщност винаги са били ценен актив, особено когато трябва да се вземе информирано и обосновано решение, да се създаде стратегия или план. В миналото хората са разполагали с данни, но нито в безпрецедентните количества, в които имаме днес, нито в техните лесни прийоми за съхранение и обработка.

Нарастването на количеството данни, възможностите за тяхното съхранение и обработка, както и осъзнатия смисъл и полза от тях, доведе до формирането на науката за данните (Data Science), както и на понятието големи данни (Big data). С големите данни, обаче идват и големи предизвикателства, свързани с тяхното оптимално съхранение и обработка, както и с извличането на знания от тях. Традиционните модели често не успяват да отразят сложността, неопределеността и динамиката, присъщи на реалните процеси. Това поставя изисквания към прилагането на по-адаптивни и мощни теоретични рамки, които да позволяват не само формализиране, но и ефективна обработка на неструктурирана, несигурна, непълна или противоречива информация. В настоящия дисертационен труд са разгледани Обобщените мрежи (Generalized nets), предложени от К. Атанасов, които представляват средство за моделиране на паралелно протичащи във времето процеси. Те включват като частни случаи мрежите на Петри и всички техни модификации. В този смисъл, те се явяват естествена основа за описание на сложни системи и алгоритми. В съчетание с интуиционистки размитите множества (ИРМ) и интуиционистки размитите оценки (ИРО), те представляват една добра теоретична база, която е както математически коректна, така и интуитивна за човешката логика. Разгледани са и индексирани матрици, както и някои разширения на интуиционистки размитите множества.

Настоящият труд цели да изследва възможностите за моделиране на процеси за анализ на големи данни чрез обобщени мрежи, като се използват и интуиционистки размити множества и индексирани матрици. Чрез интегрирането на тези теоретични подходи с приложни алгоритми за клъстерен анализ, класификация и оптимизация, се предлага една многопластова рамка за интелигентен анализ на данни в условията на неопределеност.

Апробация на резултатите

Апробацията на резултатите е осъществена в рамките на представяния на доклади на няколко международни конференции, в статии в научни списания и тематични сборници.

Съдържание на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от 148 страници и се състои от увод, три глави, приноси, списък на публикациите по дисертационния труд, библиография. Дисертационният труд включва 67 фигури и 4 таблици, а библиографията към него – 138 заглавия.

Глава 1. Теоретични основи на големите данни, обобщените мрежи, интуиционистки размитите множества и индексирани матрици

В първа глава са дадени основните дефиниции на обобщените мрежи, интуиционистки размитите множества и индексирани матрици. Направен е и обзор на областта на извличане на знания от данни и големи данни.

1.1. Извличане на знания от данни (Data mining, Data Science) и големи данни (Big data)

Тук са представени основни понятия и техники, свързани с извличането на знания от данни и големите данни.

1.2. Обобщени мрежи

Тук са дадени основни дефиниции, които са необходими за изложението по-нататък и кратки исторически бележки за теорията на обобщените мрежи.

1.3. Интуиционистки размити множества

Тук са дадени основни дефиниции, които са необходими за изложението по-нататък и кратки исторически бележки за теорията на интуиционистки размитите множества. Разгледани са интуиционистки размити двойки, операции над интуиционистки размитите множества, както и геометрична интерпретация на интуиционистки размитите множества.

1.4. Индексирани матрици и някои разширения на интуиционистки размити множества

Тук са представени основни дефиниции на индексирани матрици. Представени са и разширения на интуиционистки размити множества като кръгови интуиционистки размити множества и елиптични интуиционистки размити множества. Разгледани са приложения на разширенията в кръгови интуиционистки размити матрици и елиптични интуиционистки размити матрици.

Цел и задачи на дисертационния труд

Цел на разработката е да се изследват различни процеси, свързани с анализ на големи данни (*Big Data, Data Mining, Data Science*) чрез моделирането им с помощта на обобщени мрежи и програмната им реализация, както и разработване на интуиционистки размити разширения на оптимизационни задачи и техните имплементации. За да се постигне тази цел са поставени следните задачи:

1. Да се анализират областите на анализа на големите данни, обобщените мрежи, интуиционистки размитите множества и индексирани матрици;

2. Разработване на обобщеномрежов модел на алгоритми за клъстерен анализ DBSCAN и BIRCH с интуиционистки размити оценки;
3. Разработване на приложение с интуиционистки размити оценки в различни сфери като сортиране на отпадъци, анализ на бази данни и разпознаване на научни термини;
4. Разработване на алгоритъм с интуиционистки размити оценки за анализ на данни и препоръки за учебни постижения на ученици и приложение на интуиционистки размити оценки за анализ на данни от Държавни зрелостни изпити в системата на средното образование в България;
5. Разработване на програмни реализации на алгоритми за решение на интуиционистки размита задачата за раницата, основани на ИРД, кръгови и елиптични интуиционистки размити множества;

В текста с [n*] са означени статиите на автора, включени в дисертационния труд.

Глава 2. Приложения на обобщените мрежи и интуиционистки размитите оценки в областта на анализ на големи данни и изкуствен интелект

2.1. Обобщеномрежови модели в областта на анализа на големи данни

В този раздел се разглежда ролята на анализа на големи данни и извличането на знания като ключови направления в съвременната наука и индустрия. Представя се възможността за използване на обобщени мрежи и интуиционистки размити оценки при моделирането на динамични, паралелни и несигурни процеси, характерни за анализа на големи данни.

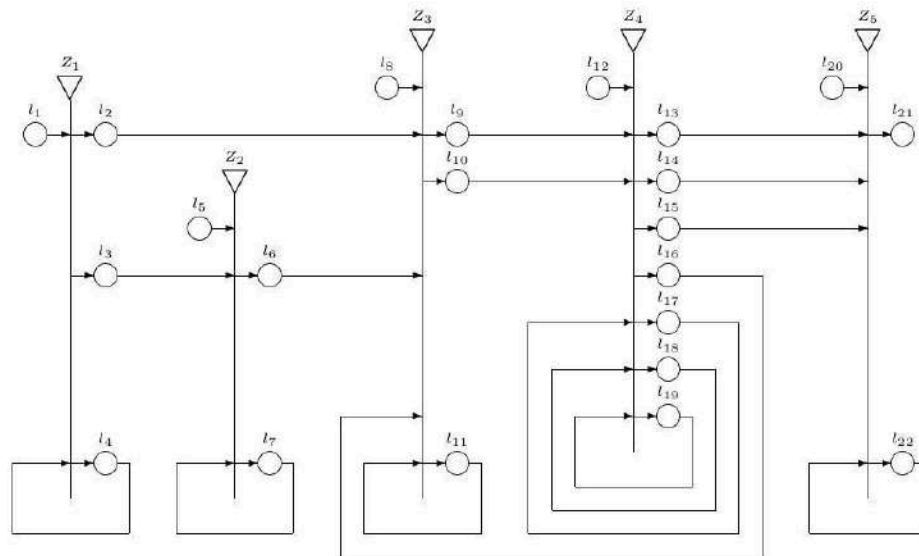
2.1.1. Обобщеномрежов модел на алгоритъм Пространствен клъстерен анализ на база плътност на приложения с шум (DBSCAN) и неговите приложения върху набор от данни, свързани с диабет

В настоящия дисертационен труд е представен обобщеномрежов модел на DBSCAN с интуиционистки размити оценки (фиг. 1). За изграждането на ОМ модела е използван софтуерът GNDraw [54]. ОМ моделът съдържа следния набор от преходи:

$$A = \{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5\},$$

където преходите описват процесите

- Z_1 – Източници на данни;
- Z_2 – Предварителна обработка на получения набор от данни;
- Z_3 – Сканиране на данните за избор на начална/и основна/и точка/и;
- Z_4 – Формиране на клъстери с минимален брой точки;
- Z_5 – Интуиционистки размита оценка на получените клъстери;



Фиг. 1. Обобщеномрежов модел на процеса на клъстерен анализ с помощта на алгоритъма DBSCAN с интуиционистки размити оценки

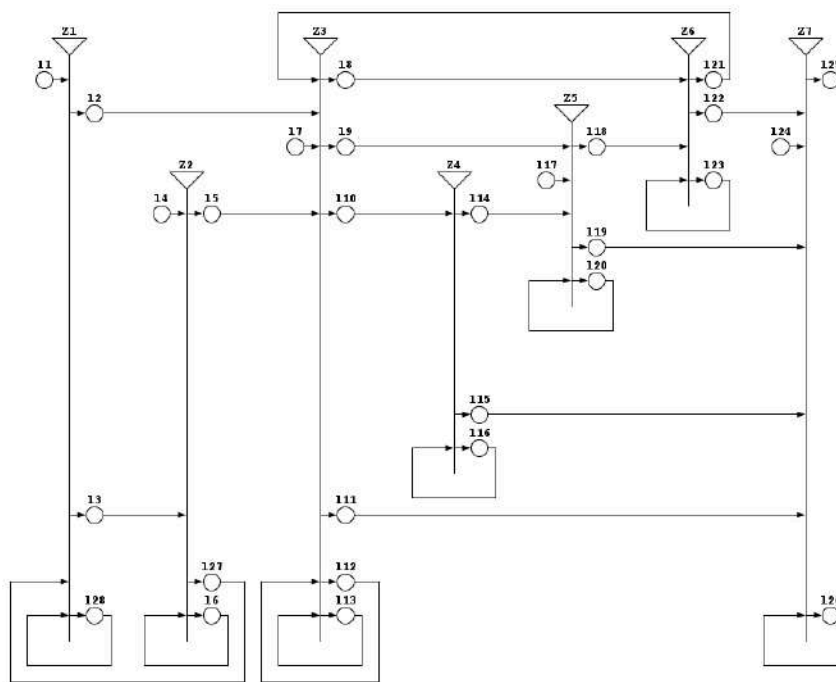
2.1.2. Обобщеномрежов модел на метода за Балансирано итеративно редуциране и групиране с йерархии (BIRCH) с интуиционистки размити оценки

В текущия дисертационен труд се представя ОМ модел на BIRCH с интуиционистки размити оценки (фиг. 2). Софтуерът GNDraw е използван за визуализиране на ОМ модела [54]. ОМ модела съдържа следното множество от преходи:

$$A = \{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7\},$$

където преходите описват процеси:

- Z_1 – Източници на данни;
- Z_2 – Предварителна обработка на избраните данни;
- Z_3 – зареждане на данните в паметта;
- Z_4 – Обобщаване на данни;
- Z_5 – Глобално клъстериране;
- Z_6 – Прецизиране на клъстерите;
- Z_7 – Интуиционистки размити оценки.



Фиг. 2. Обобщеномрежов модел на процеса на клъстерен анализ чрез използването на BIRCH алгоритъма чрез интуиционистки размити оценки

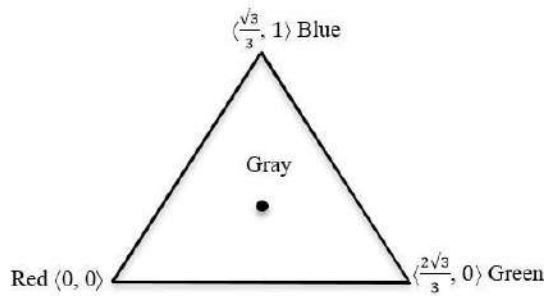
2.2. Интуиционистки размити оценки в областта на анализа на големи данни, изкуствения интелект и вземането на решения, основани на данни

В този раздел се представят интуиционистки размитите оценки като ефективен инструмент за справяне с несигурност, непълнота и противоречивост на информацията. Акцентираща се върху приложението им в анализа на големи данни, изкуствения интелект и вземането на решения, където ИРО осигуряват гъвкавост и по-точно моделиране на процеси в условия на неопределеност.

2.2.1. Приложение на интуиционистки размити оценки в процеса на сортиране на отпадъци чрез роботизирана ръка и възможности за извличане на знания от данни в процеса на сметосъбирането и рециклирането

Модерните технологии и интелигентните системи със сигурност намират място в изследване на сортирането на отпадъци и рециклирането им. В текущата секция е представена реализация на алгоритъм за сортиране на отпадъци с помощта на роботизирана ръка и интуиционистки размити оценки. Реализацията е извършена с помощта на два DOBOT Magician роботи и мини конвейерна лента. Идеята е да се оцени процедурата по сортиране на боклука с помощта на интуиционистки размити оценки. Първият робот DOBOT Magician взема даден елемент от боклука с помощта на смукателна помпа и го пуска върху мини конвейерната лента. След това цветът на предмета се сканира с помощта на сензор за цвят на втория робот DOBOT Magician. Оценяват се резултатите, получени след пускането на конвейера в конзолата DOBOT Studio. Областта на сортиране е представена чрез интуиционистки размита интерпретация на червено-зелено-синята (RGB) цвотова система. Извършва се процес на преобразуване, като се използват координатите на цветовете и формулите за преобразуване, за да се постигнат интуиционистки размитите оценки. Изследователските работи по сортиране на боклука са разгледани в [37, 48]. Вече са публикувани примери за интуиционистки размити оценки в различни области на науката [64, 71, 100].

Интуиционистки размитата интерпретация на червено-зелено-синята (RGB) цвотова система се използва за изчисление на интуиционистки размити оценки на сортирането на боклука. ИР-геометрична интерпретация се представя като равностраничен триъгълник с върхове, съответстващи на трите базови цвята - червен, зелен и син, с координати съответно $\langle 0, 0 \rangle$, $\langle \frac{2\sqrt{3}}{3}, 0 \rangle$ и $\langle \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 \rangle$. Съгласно [8], равностраничния триъгълник съответстващ на червено-зелено-синята (RGB) цвотова система е представен във фиг. 7.



Фиг. 3. *Равностранния триъгълник интерпретиращ червено-зелено-синята (RGB) цвeтова система*

Цветовите данни от робота DOBOT Magician са представени от равностранния триъгълник, интерпретиращ червено-зелено-синята (RGB) цвeтова система. След това, резултатите от разпознаването се трансформират в правоъгълен интуиционистки размит триъгълник, чрез трансформиращата функция F със следната форма:

$$\langle u, v \rangle = F(x, y) = \langle \frac{x\sqrt{3}-y}{2}, y \rangle.$$

Така, трите върха на равностранния триъгълник се трансформират в правоъгълния триъгълник от Фиг. 7. Те имат следната форма:

$$F(0, 0) = (0, 0),$$

$$F(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0) = (1, 0),$$

$$F(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1) = (0, 1).$$

Като прототип за концепцията е създадена инсталация, състояща се от два DOBOT Magician робота и мини конвейерна лента.

2.2.2. Интуиционистки размити оценки на честотата на потребителски заявки

Интуиционистки размитите оценки мога да помогнат за оптимизиране на бази данни, особено в контекста на големи данни. Нека имаме база данни, в която за всеки факт се съпоставя ИРО. Тези ИРО ще обозначат най-използваните факти и най-рядко използваните такива. Нека първоначално фактите имат ИРО $\langle 0, 1 \rangle$. Ако съответния факт бъде използван, неговата ИРО се увеличава на $\langle c, 1 - c \rangle$, където c е фиксирана константа в интервала $[0, 1]$.

Нека в даден време-момент факт F да има ИРО $\langle a, b \rangle$. Тогава, след неговата последваща употреба, оценката ще има вида $\langle a + c - ac, b - bc \rangle$.

Ако фактът не се използва за дълъг период от време, който е определен предварително, то неговата ИРО ще получи вида $\langle a - c + ac, b + c - ac \rangle$.

В днешно време, големи обеми от данни в различни формати се събират от множество източници от данни. Производителността на заявки към данни при големи набори от данни се подобрява, с цел да се позволи добро паралелно или разпределено изпълнение на заявката. Разнообразието от информация, има нужда от различни видове хранилища, с цел съхранение и обработка на информацията.

2.2.3. Приложение на метод на опорните вектори за разпознаване на научни термини и определяне на ключови думи в система за предлагане на обучителни ресурси и научни статии

Метод на опорните вектори (Support Vector Machines - SVM) са клас алгоритми за машинно обучение с учител, които се използват широко в задачите за класификация и регресия. Първоначално предложен от Boser и др., 1992 г., Guyon и др., 1993 г., Cortes и Vapnik, 1995 г., Vapnik и др., 1997 г. [24, 49, 28], методът на опорните вектори е особено ефективен за набори от данни с голяма размерност, което го прави приложим в множество области.

За да се създаде класификатор, който разпознава дали дадена дума е научен термин, е необходимо първо да се формализира текстовата информация чрез представяне на думите в числова форма, подходяща за въвеждане в SVM модел. Това се осъществява чрез векторизация на думите.

Определянето на принадлежността на дадена дума или фраза като научен термин, от своя страна може да бъде полезно в алгоритми, базирани на интуиционистки размити оценки, в които се вземат решения или се дават препоръки на потенциални допълнителни ключови думи, както и в алгоритми, в които се препоръчват сходни/свързани научни статии или обучителни ресурси.

Нека да разгледаме предлагане на сходни научни статии или обучителни ресурси, въз основа на ключови думи.

ИРО на ключовите думи показва какво е отношението на потенциалния предложен обучителен ресурс за ключовите думи на подадената заявка. Колкото по-висока е степента на принадлежност, толкова по-голямо съответствие въз основа на ключовите думи има ресурсът. Ресурси, чиято степен на принадлежност е 0, се отхвърлят на този етап. Нека имаме следните означения:

- a - брой на съвпадащи ключови думи;
- b - брой на изцяло несъвпадащи ключови думи;
- c - общ брой на ключовите думи;
- $c - a - b$ - брой на частично съвпадащите ключови думи;

Следователно, ИРО на i -тия обучителен ресурс, по отношение на ключови думи, се изчисляват както следва:

$$k_i = \langle \mu_k, v_k \rangle ,$$

където

$$\mu_k = \frac{a}{c} ; \quad v_k = \frac{b}{c} ;$$

Получените ИРО биха могли да се сортират в низходящ ред по степента на принадлежност и да бъдат избрани първите по ред записи за препоръки.

2.2.4. Приложение на интуиционистки размити оценки за анализ на данни за учебни постижения на ученици

В настоящия дисертационен труд, се разглежда методология основана на теорията на интуиционистки размитите множества и интуиционистки размитите оценки за съпоставяне на ИРО, на база средния успех на ученици по предмети. Така поставените оценки, биха могли да бъдат от полза за идентифициране на обучителни затруднения, силни и слаби страни на учениците, както и за клъстериращи алгоритми, които могат да бъдат приложени на различни нива.

Разглежданата методика се базира на конструирането на интуиционистки размити оценки, въз основа на оценки на индивидуални ученици, класове и училища. Оценките биха могли лесно да бъдат извлечени от електронни дневници.

Всеки ученик има оценки по предмети. За всеки предмет може да бъде изчислена интуиционистки размита оценка. Получените така ИРО могат да бъдат агрегирани, така че да се получи цялостна ИРО за ученик. Нека дефинираме следното:

- Нека S_i е i -тия предмет изучаван от ученика;
- Нека $G_{S_i} = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ е набор от k оценки, получени от ученик в предмет S_i , където $g_i \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$;
- Нека $g_{\max} = 6$ е максималната възможна оценка;
- Дефинираме средна оценка за предмет S_i както следва: $\bar{g}_{S_i} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k g_i$.

Нормализираната степен на академичен успех (степен на принадлежност) се задава от:

$$\mu_{S_i} = \frac{\bar{g}_{S_i}}{g_{\max}}$$

Степента на академично затруднение (степен на непринадлежност) се дефинира чрез буферен параметър $\delta \in [0, 0.2]$, като типично $\delta=0.1$ както следва:

$$v_{S_i} = \max(0, 1 - \mu_{S_i} - \delta)$$

Степента на неопределеност се изчислява като:

$$\pi_{S_i} = 1 - \mu_{S_i} - \nu_{S_i}$$

Така, крайната интуиционистки размита оценка за предмета S_i е:

$$IFE_{S_i} = \langle \mu_{S_i}, \nu_{S_i} \rangle$$

Нека ученик A_i изучава n предмета $S_1, S_2, \dots, S_n$, всеки със съответна интуиционистки размита оценка:

$$IFE_{S_j}^{(A_i)} = \langle \mu_{S_j}^{(A_i)}, \nu_{S_j}^{(A_i)} \rangle,$$

за $j = 1, 2, \dots, n$.

Общата интуиционистки размита оценка за ученик A_i е обозначена както следва:

$$IFE_{A_i} = \langle \mu_{A_i}, \nu_{A_i} \rangle$$

Оценката е изчислена като се осреднят съответните компоненти на всички предмети. Така, степента на принадлежност придобива вида:

$$\mu_{A_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mu_{S_j}^{(A_i)}$$

Степента на непринадлежност има вида:

$$\nu_{A_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \nu_{S_j}^{(A_i)}$$

Степента на неопределеност има вида:

$$\pi_{A_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \pi_{S_j}^{(A_i)}$$

Тази методика дава възможност за съставяне на подробен интуиционистки размит профил на ученик A_i , базиран на академичната успеваемост на ученика по всички изучавани предмети.

Нека клас C_j се състои от m ученици $A_1^{(c_j)}, A_2^{(c_j)}, \dots, A_m^{(c_j)}$, всеки с индивидуална интуиционистки размита оценка:

$$IFE_{A_i}^{(c_j)} = \langle \mu_{A_i}^{(c_j)}, \nu_{A_i}^{(c_j)} \rangle,$$

за $i = 1, 2, \dots, m$.

Общата интуиционистки размита оценка на класа C_j се дефинира, както следва:

$$IFE_{C_j} = \langle \mu_{C_j}, \nu_{C_j} \rangle$$

като компонентите ѝ имат следния вид:

- степен на принадлежност:

$$\mu_{C_j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mu_{A_i}^{(c_j)}$$

- степен на непринадлежност:

$$\nu_{C_j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nu_{A_i}^{(c_j)}$$

- степен на неопределеност:

$$\pi_{C_j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \pi_{A_i}^{(c_j)}$$

Тази методика дава възможност за съставяне на подробен интуиционистки размит профил на клас C_j , отразяващ общия академичен статус, нивата на затруднение и неопределеността в постиженията на класа.

Нека училище S_r се състои от l класа $C_1^{(s_r)}, C_2^{(s_r)}, \dots, C_l^{(s_r)}$, всеки от тях с интуиционистки размита оценка на класа:

$$IFE_{C_j}^{(s_r)} = \langle \mu_{C_j}^{(s_r)}, \nu_{C_j}^{(s_r)} \rangle$$

за $j = 1, 2, \dots, l$.

Общата интуиционистки размита оценка за училище S_r се дефинира като:

$$IFE_{S_r} = \langle \mu_{S_r}, \nu_{S_r} \rangle$$

като компонентите ѝ имат следния вид:

- степен на принадлежност:

$$\mu_{S_r} = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \mu_{C_j}^{(s_r)}$$

- степен на непринадлежност:

$$v_{s_r} = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l v_{c_j}^{(s_r)}$$

- степен на неопределеност:

$$\pi_{s_r} = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \pi_{c_j}^{(s_r)}$$

Така, получаваме преглед на високо ниво на академичния напредък, обучителните затруднения и шаблоните на неопределеност и несигурност в рамките на цяло училище S_r , базирано на агрегираните данни от класовете.

Представеният процес на формиране на интуиционистки размити оценки и последващ анализ и вземане на решения, могат да бъдат описани чрез обобщени мрежи по примера на изследванията на Сотирова et al [99, 98, 100, 97].

2.2.5. Приложение на интуиционистки размити оценки за анализ на данни от Държавни зрелостни изпити в системата на средното образование в България

В настоящия дисертационен труд се разглежда методика, базирана на конструирането на интуиционистки размити оценки, въз основа на средни резултати от даден ДЗИ за училище, населено място и област. Данни за резултатите от ДЗИ за всяка учебна година са налични в българския портал за отворени данни [76].

В първата стъпка на методиката, данните се обработват и за всеки ДЗИ проведен в дадено училище се изчисляват ИРО. Понеже в някои училища, има по-голям брой явили се ученици, спрямо други, това се отразява чрез степента на неопределеност – колкото по-малко ученици са се явили на изпита, толкова по-висока е стойността на степента на неопределеност. ИРО за резултат по даден предмет се изчисляват като първо резултатите се нормализират, като се има предвид, че резултатите са в българската шестобална система (от 2 до 6):

$$\text{norm} = \frac{\gamma - \gamma_{\min}}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}},$$

където γ е резултатът от ДЗИ по предмет за училището, $\gamma_{\min} = 2$ и $\gamma_{\max} = 6$, в контекста на българската образователна система. Така определяме: $\mu_{base} = \text{norm}$.

Степента на неопределеност се изчислява, в зависимост от броя явили се ученици – n и коефициент за чувствителност към малка извадка $\alpha = 0.5$, както следва:

$$\pi_{base} = \min \left(\frac{\alpha}{\sqrt{n}}, 1 \right).$$

Степента на непринадлежност се определя като: $\nu_{base} = 1 - \mu_{base} - \pi_{base}$

За получаване на окончателната ИРО, нормализираме получените по-горе стойности.

$$T = \mu_{base} + \nu_{base} + \pi_{base}$$

$$\mu = \frac{\mu_{base}}{T}, \nu = \frac{\nu_{base}}{T}, \pi = 1 - \mu - \nu$$

Така получаваме ИРО за резултат от ДЗИ по i -тия предмет в дадено училище: $IF_{s_i} = \langle \mu_i, \nu_i \rangle$ и $\pi_i = 1 - \mu_i - \nu_i$.

След успешното пресмятане на ИРО за всеки от предметите в дадено училище, следва агрегиране, за да се получи обща ИРО за дадено училище. Броят на предметите, по които е положен ДЗИ в дадено училище, е означен с m .

$$IF_{school} = \left\langle \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mu_i, \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nu_i, \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \pi_i \right\rangle$$

По аналогичен начин можем да получим ИРО за населено място, въз основа на ИРО на училищата в населеното място. Броят на училищата в населеното място е означен с k .

$$IF_{locality} = \left\langle \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mu_j, \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \nu_j, \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \pi_j \right\rangle$$

Чрез ИРО на населеното място се получава с агрегиране и ИРО на община. Броят на училищата в община е l .

$$IF_{municipality} = \left\langle \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \mu_j, \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \nu_j, \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \pi_j \right\rangle$$

Чрез ИРО на община се получава с агрегиране и ИРО на област. Броят на училищата в областта е q .

$$IF_{region} = \left\langle \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \mu_j, \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \nu_j, \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \pi_j \right\rangle$$

С така получените резултати може да се приложи DBSCAN алгоритъм, като да се избере за кои данни да се приложи:

- за резултатите на училище по даден предмет;
- за резултатите на цялостното училище в съпоставка с всички останали в страната;
- за резултатите по населени места;
- за резултатите по области.

Представеният процес на формиране на интуиционистки размити оценки и последващ анализ и вземане на решения, могат да бъдат описани чрез обобщени мрежи по примера на изследванията на Сотирова et al [99, 98, 100, 97].

Глава 3. Интегрирани реализации на модели с интуиционистки размита логика и алгоритми за интелигентен анализ на данни

В тази глава се представят софтуерни реализации на алгоритми, базирани на интуиционистки размити множества, индексирани матрици и методи от машинното обучение. Целта е изграждане на интелигентни инструменти за анализ и вземане на решения в различни контексти, включително оптимизация, класификация и образователен анализ. Описани са приложението на C++, Python и JavaScript при реализацията на алгоритмите и се подчертава значението на съчетаването на математическа строгост с практическа приложимост при анализа на големи и сложни данни.

3.1 Реализация на алгоритъм за решаване на интуиционистки размита задача за раницата чрез индексирани матрици за интелигентен анализ на данни

В рамките на дисертационния труд е разгледан алгоритъм за решаване на интуиционистки размита задача за раницата чрез индексирани матрици.

Стъпка 1. Нека конструираме следната индексирана матрица (ИМ) съгласно задачата (9):

$$A[K, L, \{a_{k_i, p(w)}\}] = \begin{array}{c|cc} & p & w \\ \hline k_1 & \langle \mu_{k_1, p}, \nu_{k_1, p} \rangle & \langle \mu_{k_1, w}, \nu_{k_1, w} \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_m & \langle \mu_{k_m, p}, \nu_{k_m, p} \rangle & \langle \mu_{k_m, w}, \nu_{k_m, w} \rangle \end{array}, \quad (9)$$

където $K = \{k_1, \dots, k_m\}$ за $i = 1, \dots, m$ и $L = \{p, w\}$ с интуиционистки размити елементи. Съответно $\{a_{k_i, p}, a_{k_i, w}\}$ представят интуиционистки размитата печалба и тегло на обекта k_i .

Стойностите на печалба и тегло за всеки обект k_i се трансформират в интуиционистки размити двойки (ИРД), както е показано в [112]. Нека имаме набор от интервали $[i_1, i_I]$ за $1 \leq i \leq m$ и:

$$A_{\min, i} = \min_{i_1 \leq j \leq i_I} x_{i, j} < \max_{i_1 \leq j \leq i_I} x_{i, j} = A_{\max, i}.$$

Условията $0 \leq \mu_{i, j}, \nu_{i, j} \leq 1$ и $0 \leq \mu_{i, j} + \nu_{i, j} \leq 1$ са изпълнени. Може да се използва и експертен подход, описан подробно в [8], за преобразуване на данните в ИРД.

ИРД $a_{k_i, p}$ (или $a_{k_i, w}$) представя

- степента на възприемане – положителната оценка от експерт за печалбата (или теглото) на обект k_i , разделена на разликата между максималната и минималната оценка;
- степента на невъзприемане – отрицателната експертна оценка за печалбата (или теглото) на обект k_i , разделена на разликата между максималната и минималната оценка.

Степента на неопределеност $\pi_{k_i,p} = 1 - \mu_{k_i,p} - \nu_{k_i,p}$, ($\pi_{k_i,w} = 1 - \mu_{k_i,w} - \nu_{k_i,w}$) отразява неопределеността в оценката на експерта за печалбата (или теглото) на обект k_i .

В тази стъпка се извършва проверка дали теглото на обектите не надвишава капацитета на раницата C както следва:

за $i = 1$ до m :

ако $a_{k_i,w} > C$ то $A_{(k_i,\perp)}$

Нека $|K| = m$ е броят елементи в множеството K , а $|L| = 2$. Също дефинираме:

$$X[K, L] = \begin{array}{c|cc} & p & w \\ \hline k_1 & x_{k_1,p} & x_{k_1,w} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_m & x_{k_m,p} & x_{k_m,w} \end{array}, \quad (10)$$

за $1 \leq i \leq m$:

$$\{x_{k_i,w}, x_{k_i,p}\} \in \begin{cases} \langle 1, 0 \rangle, & \text{ако продукт } k_i \text{ е избран} \\ \langle 0, 1 \rangle, & \text{в противен случай} \end{cases}$$

В началото на алгоритъма всички елементи на ИМ X са равни на $\langle 0, 1 \rangle$. Конструираме начална индексирана матрица S^0 за началното състояние:

$$S^0[u_0, L] = \begin{array}{c|cc} & p & w \\ \hline u_0 & \langle 0, 0 \rangle & \langle 0, 0 \rangle \end{array}.$$

Стъпка 2. За $i = 1$ до m , изпълни:

- Създай индексирана матрица $R_i[k_i, L] = pr_{k_i,L}A$;
- Изчисли $SH^{i-1}1 = \left[\frac{u_i}{u_i-1}; \perp \right] S^{i-1}$

За $h = 1$ до $i + 1$, изпълни:

$$\bullet \quad SH^{i-1}1 = SH^{i-1}1 \oplus_{(\max, \min)} \left[\frac{u_h}{k_i}; \perp \right] R_i$$

След това:

$$\bullet \quad S^i[U^i, L] = S^{i-1} \oplus_{(\max, \min)} SH_1^{i-1};$$

За $h = 1$ до $i + 1$, изпълни:

- Провери дали са спазени ограниченията за капацитета на раницата:
Ако $s^i h, w > C$, тогава $S^i(h, \perp)$
- Изпълни операцията „Пречи
- стване“ („Purge“) по отношение на U^i : $S^i = \text{Purge}_{U^i} S^i$

Стъпка 3. На този етап се намира индексът на най-голямата интуиционистки размита печалба: $\text{Index}_{(\max_R),p}(A) = \langle u_g, p \rangle$.

За $i = m$ до 1, изпълни:

- Намери α -най-близките елементи до $s^i_{u_g,p}$ (или $s^i_{u_g,w}$) от S^i , където $\alpha = 0.5$, и избири най-близкия измежду тях: $s^i_{ug*,p}$ (или $s^i_{ug*,w}$).
- Ако $s^i_{ug*,p} \in S^i$ и $s^i_{ug*,p} \notin S^{i-1}$, тогава:
 - $x_{k_i,p} = \langle 1, 0 \rangle$ и $x_{k_i,w} = \langle 1, 0 \rangle$
 - Актуализирай: $s^i_{u_g,p} = s^i_{ug*,p} - a_{k_i,p}$; $s^i_{u_g,w} = s^i_{ug*,w} - a_{k_i,w}$.

Стъпка 4. Оптималната печалба се определя както следва: $\text{AGIO}_{\oplus(\#q)}(pr_{K,p}A \otimes_{(\min,\max)} pr_{K,p}X)$.

Ако $q = 1$, получаваме **песимистичен** сценарий и операцията изчислява песимистичната стойност на сбора на всички елементи. Ако $q = 2$, получаваме **усреднен** сценарий. Ако $q = 3$, операцията изчислява **оптимистичната** стойност на сбора. Вземаният решенията може да избере кой от следните варианти да използва.

Оптималното тегло се определя както следва:

$$\text{AGIO}_{\oplus(\#q)}(pr_{K,w}A \otimes_{(\min,\max)} pr_{K,w}X) .$$

В рамките на дисертационния труд е реализирана софтуерна имплементация на C++ за предложения алгоритъм и е приложен върху примерен набор от синтетично генерирани данни.

3.2 Реализация на алгоритъм за решаване на кръгова интуиционистки размита задача за раницата за интелигентен анализ на данни

В рамките на дисертационния труд е разгледан алгоритъм за решаване на кръгова интуиционистки размита задача за раницата чрез индексирани матрици.

Стъпка 1. Конструирание на оценъчна триизмерна интуиционистки размита индексирана матрица

Формираме триизмерна интуиционистки размита индексирана матрица: $EV[K, C, E, \{ev_{k_i, c_j, d_s}\}]$, където:

- $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ – множество от заявки;
- $C = \{c_1, c_2\}$ – критерии: спешност (c_1) и очаквана продължителност (c_2);
- $E = \{d_1, \dots, d_s, \dots, d_D\}$ – експерти;
- $\{ev_{k_i, c_j, d_s}\} = \langle \mu_{k_i, c_j, d_s}, \nu_{k_i, c_j, d_s} \rangle$ е оценката на експерта d_s за заявка k_i по критерий c_j .

Поради несигурността, произтичаща от неконтролируеми фактори, експертите дават оценките си под формата на интуиционистки размити двойки (ИРД). Оценката на експерт d_s е представена чрез ИРД: $re_s = \langle \delta_s, \epsilon_s \rangle$, където δ_s е степен на компетентност, а ϵ_s – на некомпетентност. Така се формира агрегирана оценъчна матрица:

$$EV^*[K, C, E, \{ev^*_{k_i, c_j, d_s}\}] = re_1 pr_{K, C, d_1} EV \oplus_{(\circ_1, \circ_2)} \dots \oplus_{(\circ_1, \circ_2)} re_D pr_{K, C, d_D} EV.$$

$$EV := EV^*(ev_{k_i, l_j, d_s} = ev^*_{k_i, l_j, d_s}, \forall k_i \in K, \forall l_j \in L, \forall d_s \in E)$$

α_E -тата агрегираща операция се прилага за намиране на осреднената интуиционистки размита стойност на k_i -тата заявка по c_i -тия критерий в даден момент $h_f \notin E$:

$$PI[K, C, h_f, \{pi_{k_i, c_g, h_f}\}] = \alpha_{E, \#_2}(EV^*, h_f) = \begin{array}{c|cc} h_f & c_1 & c_2 \\ \hline k_1 & \#_{s=1}^D \langle \mu_{k_1, c_1, d_s}, \nu_{k_1, c_1, d_s} \rangle & \#_{s=1}^D \langle \mu_{k_1, c_2, d_s}, \nu_{k_1, c_2, d_s} \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_m & \#_{s=1}^D \langle \mu_{k_m, c_1, d_s}, \nu_{k_m, c_1, d_s} \rangle & \#_{s=1}^D \langle \mu_{k_m, c_2, d_s}, \nu_{k_m, c_2, d_s} \rangle \end{array},$$

където $h_f \notin E$.

Така, конструираме кръгова интуиционистки размита индексирана матрица A , която съдържа оценките в момент h_f за всяка заявка k_i по двата критерия:

$$A[K, C\{a_{k_i, c_g}\}] = \begin{array}{c|cc} & c_1 & c_2 \\ \hline k_1 & \langle \mu_{k_1, c_1}^a, \nu_{k_1, c_1}^a; r_{k_1, c_1}^a \rangle & \langle \mu_{k_1, c_2}^a, \nu_{k_1, c_2}^a; r_{k_1, c_2}^a \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_m & \langle \mu_{k_m, c_1}^a, \nu_{k_m, c_1}^a; r_{k_m, c_1}^a \rangle & \langle \mu_{k_m, c_2}^a, \nu_{k_m, c_2}^a; r_{k_m, c_2}^a \rangle \end{array},$$

където $K = \{k_1, \dots, k_i, \dots, k_m\}, i = 1, \dots, m; C = \{c_1, c_2\}, a_{k_i, c_g}$ за $i = 1, \dots, m; g = 1, 2$ се получават чрез трансформация на интуиционистки размита двойка pi_{k_i, c_j, d_s} в кръгова интуиционистки размита двойка:

- $\mu_{k_i, c_g}^a = \mu_{k_i, c_g, h_f}^{pi}$;
- $\nu_{k_i, c_g}^a = \nu_{k_i, c_g, h_f}^{pi}$;

- Радиусът r_{k_i, c_g}^a се изчислява като:

$$r_{k_i, c_g}^a = \max_{1 \leq s \leq D} \left| \sqrt{\left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} - \mu_{k_i, c_g, h_f}^{pi} \right)^2 + \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} - \nu_{k_i, c_g, h_f}^{pi} \right)^2} \right|.$$

Подобна трансформация за конструиране на кръгови интуиционистки размити двойки е предложена в [16, 61].

След това се проверява се дали продължителността на заявките не превишава зададеното време T на екипа. За $i = 1$ до m : Ако $a_{k_i, c_2} > T$, то $A_{(k_i, \perp)}$.

Нека означим с $|K| = m$ броя на елементите на множеството K , тогава $|C| = 2$. Също, нека дефинираме кръгова интуиционистки размита матрица $X[K, C]$ с елементи x_{k_i, c_g} (за $1 \leq i \leq m, 1 \leq g \leq 2$) и:

$$\{x_{k_i, c_g}\} \in \begin{cases} \langle 1, 0; \sqrt{2} \rangle \\ \langle 0, 1; \sqrt{2} \rangle \end{cases}$$

Нека в началото на алгоритъма, всички елементи на ИМ X са равни на $\langle 0, 1; 0 \rangle$.

Конструираме ИМ
$$S^0[u_0, L] = \frac{}{u_0} \left| \begin{array}{cc} c_1 & c_2 \\ s_{u_0, c_1}^0 & s_{u_0, c_2}^0 \end{array} \right| = \frac{}{u_0} \left| \begin{array}{cc} c_1 & c_2 \\ \langle 0, 1; \sqrt{2} \rangle & \langle 0, 1; \sqrt{2} \rangle \end{array} \right|.$$

Стъпка 2.

За $i = 1$ до m :

Създаваме ИМ $R_i[k_i, C] = pr_{k_i, C} A$;

$$SH_1^{i-1} = \left[\frac{u_i}{u_{i-1}}; \perp \right] S^{i-1}$$

За $h = 1$ до $i + 1$:

$$SH_1^{i-1} = SH_1^{i-1} \oplus_{(\circ_1, \circ_2, *)} \left[\frac{u_h}{k_i}; \perp \right] R_i$$

$$S^i[U^i, L] = S^{i-1} \oplus_{((\circ_1, \circ_2, *))} SH_1^{i-1};$$

За $h = 1$ до $i + 1$:

$$\text{Ако } s_{h, w}^i > T, \text{ то } S_{(h, \perp)}^i.$$

Прилагаме “Purge” операцията $S^i = Purge_{U^i} S^i$.

Стъпка 3.

На тази стъпка, индексът на най-спешната заявка се намира чрез:

$$Index_{(\max_{R^{circ}}, c_1)}(A) = \langle u_g, c_1 \rangle$$

За $i = m$ до 1:

Намери α -най-близките елементи от s_{u_g, c_1}^i (или s_{u_g, c_2}^i) ($\alpha = 0.05$) от S^i и избери най-близкия елемент от тях - s_{u_{g*}, c_1}^i (или s_{u_{g*}, c_2}^i).

Ако $\{s_{u_{g*}, c_1}^i \text{ (или } s_{u_{g*}, c_2}^i)\} \in S^i$ и $\{s_{u_{g*}, c_1}^i \text{ (или } s_{u_{g*}, c_2}^i)\} \notin S^{i-1}$ тогава:

$$\begin{aligned}
x_{k_i,p} &= \langle 1, 0; \sqrt{2} \rangle \quad x_{k_i,w} = \langle 1, 0; \sqrt{2} \rangle; \\
s_{u_g,c_1}^i &= s_{u_g^*,c_1}^i - * a_{k_i,c_1} \\
s_{u_g,c_2}^i &= s_{u_g^*,c_2}^i - * a_{k_i,c_2}
\end{aligned}$$

Стъпка 4. Оптималната полза и времето за удовлетворяване на спешните заявки се изчисляват, както следва:

$$AGIO_{\oplus(\#q,*)} (pr_{K,c_1} A \otimes_{(\circ_1, \circ_2, *)} pr_{K,c_1} X), AGIO_{\oplus(\#q,*)} (pr_{K,c_2} A \otimes_{(\circ_1, \circ_2, *)} pr_{K,c_2} X).$$

Ако $q = 1$, $q = 2$ или $q = 3$, то съответно получаваме песимистична, усреднена или оптимистична оценка на оптималната полза. Когато във всички операции на алгоритъма се използва двойката оператори $\langle \circ_1, \circ_2 \rangle = \langle \max, \min \rangle$, това означава, че се прилага оптимистичен сценарий. Ако се използва $\langle \min, \max \rangle$, тогава се приема песимистичен сценарий. При по-голяма неопределеност се използва операцията $* = \max$, в противен случай $- * = \min$.

В рамките на дисертационния труд е реализирана софтуерна имплементация на C++ за предложения алгоритъм и е приложен върху примерен набор от данни.

3.3 Реализация на алгоритъм за решаване на елиптична интуиционистки размита задача за раницата за вземане на решения, базирани на анализ на данни за икономически портфейл

В рамките на дисертационния труд е разгледан алгоритъм за решаване на елиптична интуиционистки размита задача за раницата чрез индексирани матрици и експертни оценки.

Стъпка 1. Конструирание на оценъчна триизмерна интуиционистки размита индексирана матрица

Формираме триизмерна интуиционистки размита индексирана матрица: $EV[K, C, E, \{ev_{k_i, c_j, d_s}\}]$, където:

- $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ – множество от активи;
- $C = \{c_1, c_2\}$ – множеството от критерии (напр. възвръщаемост и цена);
- $E = \{d_1, \dots, d_s, \dots, d_D\}$ – експерти;
- $\{ev_{k_i, c_j, d_s}\} = \langle \mu_{k_i, c_j, d_s}, \nu_{k_i, c_j, d_s} \rangle$ е оценката на експерта d_s за актив k_i по критерий c_j .

Поради наличието на неуправляеми фактори, експертът може да изпитва несигурност при оценяването по даден критерий и неговите оценки приемат формата на интуиционистки размити двойки (ИРД). Оценката на експерт d_s е представена чрез ИРД: $re_s = \langle \delta_s, \epsilon_s \rangle$, където δ_s е степен на компетентност, а ϵ_s – на некомпетентност. Така се формира агрегирана оценъчна матрица:

$$EV^*[K, C, E, \{ev_{k_i, c_j, d_s}^*\}] = re_1 pr_{K,C,d_1} EV \oplus_{(\circ_1, \circ_2)} \dots \oplus_{(\circ_1, \circ_2)} re_D pr_{K,C,d_D} EV.$$

$$EV := EV^*(ev_{k_i, l_j, d_s} = ev_{k_i, l_j, d_s}^*, \forall k_i \in K, \forall l_j \in L, \forall d_s \in E).$$

Степените на принадлежност и непринадлежност на елиптичните интуиционистки размити двойки (Е-ИРД) се определят чрез три агрегиращи операции:

- $\alpha_{K,\#1,*}$ – за песимистичен сценарий,
- $\alpha_{K,\#3,*}$ – за оптимистичен сценарий,
- $\alpha_{K,\#2,*}$ – за усреднен сценарий.

$$PI_{min}[K, C, h_m, \{pi_{min k_i, c_g, h_f}\}] = \alpha_{E, \#1}(EV^*, h_m)$$

h_m	c_1	c_2
k_1	$\begin{matrix} s=1 \\ \#1 \\ D \end{matrix} \langle \mu_{k_1, c_1, d_s}, \nu_{k_1, c_1, d_s} \rangle$	$\begin{matrix} s=1 \\ \#1 \\ D \end{matrix} \langle \mu_{k_1, c_2, d_s}, \nu_{k_1, c_2, d_s} \rangle$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k_m	$\begin{matrix} s=1 \\ \#1 \\ D \end{matrix} \langle \mu_{k_m, c_1, d_s}, \nu_{k_m, c_1, d_s} \rangle$	$\begin{matrix} s=1 \\ \#1 \\ D \end{matrix} \langle \mu_{k_m, c_2, d_s}, \nu_{k_m, c_2, d_s} \rangle$

$$PI_{max}[K, C, h_m, \{pi_{max k_i, c_g, h_f}\}] = \alpha_{E, \#3}(EV^*, h_m)$$

h_m	c_1	c_2
k_1	$\begin{matrix} D \\ \#3 \\ s=1 \end{matrix} \langle \mu_{k_1, c_1, d_s}, \nu_{k_1, c_1, d_s} \rangle$	$\begin{matrix} D \\ \#3 \\ s=1 \end{matrix} \langle \mu_{k_1, c_2, d_s}, \nu_{k_1, c_2, d_s} \rangle$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k_m	$\begin{matrix} D \\ \#3 \\ s=1 \end{matrix} \langle \mu_{k_m, c_1, d_s}, \nu_{k_m, c_1, d_s} \rangle$	$\begin{matrix} D \\ \#3 \\ s=1 \end{matrix} \langle \mu_{k_m, c_2, d_s}, \nu_{k_m, c_2, d_s} \rangle$

Така конструираме $PI^* = PI_{min} \oplus_{(\circ_1, \circ_2, *)} PI_{max}$ и $PI[K, C, h_f, \{pi_{k_i, c_g, h_f}\}] = \alpha_{E, \#2}(PI^*, h_f)$, чиито елементи са координатите на центровете на елиптичната интуиционистки размита двойка представляваща експертната оценка на актива.

Нека да формираме елиптична интуиционистки размита индексирана матрица $A[K, C\{a_{k_i, c_g}\}]$, която представя текущите оценки на активите чрез подхода от [59] по критерии възвръщаемост и цена:

	c_1	c_2
k_1	$\langle \mu_{k_1, c_1}^a, \nu_{k_1, c_1}^a; rf_{k_1, c_1}^a, rs_{k_1, c_1}^a \rangle$	$\langle \mu_{k_1, c_2}^a, \nu_{k_1, c_2}^a; rf_{k_1, c_2}^a, rs_{k_1, c_2}^a \rangle$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k_m	$\langle \mu_{k_m, c_1}^a, \nu_{k_m, c_1}^a; rf_{k_m, c_1}^a, rs_{k_m, c_1}^a \rangle$	$\langle \mu_{k_m, c_2}^a, \nu_{k_m, c_2}^a; rf_{k_m, c_2}^a, rs_{k_m, c_2}^a \rangle$

където $K = \{k_1, \dots, k_i, \dots, k_m\}, i = 1, \dots, m; C = \{c_1, c_2\}, a_{k_i, c_g}$ (за $i = 1, \dots, m; g = 1, 2$) са създадени като елиптични интуиционистки размити двойки чрез преобразуване на интуиционистки размити двойки pi_{k_i, c_j, d_s} чрез следните стъпки:

За $g = 1$ до $2, i = 1$ до m :

$$\begin{aligned}
\mu_{k_i, c_g}^a &= \mu_{k_i, c_g, h_f}^{pi}; \nu_{k_i, c_g}^a = \nu_{k_i, c_g, h_f}^{pi}, r f_{k_i, c_g}^a \\
&= \sqrt{\min_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 + \left\{ \frac{\max_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 - \min_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2}{\max_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 - \min_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2} \right\}^2 \cdot \min_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2} \\
&\quad r s_{k_i, c_g}^a \\
&= \sqrt{\min_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 \cdot \left\{ \frac{\max_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 - \min_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2}{\max_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2 - \min_{1 \leq s \leq D} \left(\mu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2} \right\}^2 + \min_{1 \leq s \leq D} \left(\nu_{k_i, c_g, d_s}^{ev} \right)^2}
\end{aligned}$$

След това входните данни за бюджета на портфейла се проверяват, за да се гарантира, че не надвишават определения от инвеститора бюджет Bu . Ако цената на даден актив k_i надвишава бюджета Bu , тогава съответният ред от индексирания матрица A се редуцира.

Нека означим с $|K| = m$ броят на елементите от множеството K , тогава $|C| = 2$. Също, дефинираме елиптична интуиционистки размита индексирания матрица $X[K, C]$, която съдържа елементи x_{k_i, c_g} (за $1 \leq i \leq m, \leq g \leq 2$) и:

$$\{x_{k_i, c_g}\} \in \begin{cases} \langle 1, 0; 0, 0 \rangle, & \text{if the asset } k_i \text{ is selected} \\ \langle 0, 1; 0, 0 \rangle & \text{otherwise} \end{cases}$$

Нека приемем, че в началото на алгоритъма, всички компоненти на ИМ X са идентични на $\langle 0, 1; 0, 0 \rangle$.

$$\text{Създаваме ИМ} \quad S^0[u_0, L] = \frac{c_1}{u_0} \mid \frac{c_2}{s_{u_0, c_1}^0} \mid \frac{c_2}{s_{u_0, c_2}^0} = \frac{c_1}{u_0} \mid \frac{c_1}{\langle 0, 1; 0, 0 \rangle} \mid \frac{c_2}{\langle 0, 1; 0, 0 \rangle}.$$

Стъпка 2.

За $i = 1$ до m се изпълнява:

$$\text{Създаваме ИМ} \quad R_i[k_i, C] = pr_{k_i, C} A; SH_1^{i-1} = \left[\frac{u_i}{u_{i-1}}; \perp \right] S^{i-1}$$

За $h = 1$ до $i + 1$:

$$\begin{aligned}
\{SH_1^{i-1} = SH_1^{i-1} \oplus_{(\circ_1, \circ_2, *)} \left[\frac{u_h}{k_i}; \perp \right] R_i\} \\
S^i[U^i, L] = S^{i-1} \oplus_{((\circ_1, \circ_2, *))} SH_1^{i-1};
\end{aligned}$$

За $h = 1$ до $i + 1$:

$$\text{Ако } s_{h, w}^i > Bu, \text{ то } S_{(h, \perp)}^i.$$

Процедурата “Purge” се изпълнява чрез $S^i = \text{Purge}_{U^i} S^i$.

Стъпка 3.

На тази стъпка намираме индекса на най-високата възвръщаемост от актив:

$$Index_{(\max_{\text{elliptic}}, c_1)}(A) = \langle u_g, c_1 \rangle$$

За $i = m$ до 1:

Намираме α -най-близките елементи от s_{u_g, c_1}^i (или s_{u_g, c_2}^i) ($\alpha = 0.5$) от S^i и избираме най-близкия елемент от тях – s_{u_{g*}, c_1}^i (или s_{u_{g*}, c_2}^i).

Ако $\{s_{u_{g*}, c_1}^i \text{ (или } s_{u_{g*}, c_2}^i)\} \in S^i$ и $\{s_{u_{g*}, c_1}^i \text{ (или } s_{u_{g*}, c_2}^i)\} \notin S^{i-1}$, то

$$\{x_{k_i, p} = \langle 1, 0; 0, 0 \rangle \quad \text{и} \quad x_{k_i, w} = \langle 1, 0; 0, 0 \rangle; \quad s_{u_g, c_1}^i = s_{u_{g*}, c_1}^i - * a_{k_i, c_1};$$

$$s_{u_g, c_2}^i = s_{u_{g*}, c_2}^i - * a_{k_i, c_2}\}$$

Стъпка 4.

Намираме оптималната възвръщаемост и цена на портфейла:

$$AGIO_{\oplus(\#q, *)} (pr_{K, c_1} A \otimes_{(c_1, c_2, *)} pr_{K, c_1} X);$$

$$AGIO_{\oplus(\#q, *)} (pr_{K, c_2} A \otimes_{(c_1, c_2, *)} pr_{K, c_2} X).$$

Ако $q = 1, q = 2$ или $q = 3$, получаваме съответно песимистична, усреднена или оптимистична стойност на оптималната печалба.

В рамките на дисертационния труд е реализирана софтуерна имплементация на C++ за предложения алгоритъм и е приложен върху примерен набор от данни.

3.4 Реализация на софтуерно решение за оптимизация за доставка на пратки, основано на анализ на данни и приложение на елиптичната интуиционистки размита задача за раницата за вземане на решения

В този раздел е разгледан алгоритъм, аналогичен на посочения в предходния раздел. Към него е приложен и анализ на чувствителността към изменения в данните. Реализирана е софтуерна имплементация на C++ за предложения алгоритъм и е приложен върху примерен набор от данни, вкл и върху изменени данни, с цел анализ на чувствителност на алгоритъма.

3.5 Реализация на клъстериращи алгоритми DBSCAN и BIRCH

В този раздел се представя приложната реализация и изследване на два популярни клъстериращи алгоритъма – DBSCAN и BIRCH – с цел идентификация на закономерности и структури в данни чрез групиране. Реализациите са разработени на езика Python, като се използват библиотеките scikit-learn, matplotlib, numpy и pandas. Алгоритмите са приложени върху различни набори от данни, включително реални медицински данни и синтетично генерирани множества, с цел демонстрация на ефективност, визуализация и оценка чрез интуиционистки размити показатели.

3.6 Създаване на класификационен модел за определяне на принадлежност към категория „научен термин“ чрез Метод на опорните вектори (SVM)

В този раздел се представя реализацията на класификационен модел, базиран на Метода на опорните вектори (SVM — Support Vector Machine), с цел автоматично определяне дали дадена дума или израз принадлежи към категорията „научен термин“. По същество, това е задача по бинарна класификация, в която за всеки входен елемент (термин или фраза) се предсказва дали той е научен термин или не, на основата на извлечени текстови характеристики.

Входните данни, използвани за изграждане и обучение на SVM класификатора, представляват текстови единици (думи или кратки фрази), извлечени от ключови думи на статии, публикувани в научен портал, както и от други академични и общоезикови текстове. Всеки елемент в корпуса е ръчно анотиран с бинарен етикет: 1, ако е научен термин и 0 – в противен случай.

За целите на реализацията са избрани ключови думи от областта на теория на числата и интуиционистки размита логика, а останалите думи са често срещани общоезикови думи и словосъчетания.

Изграждането на модела за класификация на научни термини се реализира поетапно, като се използва Python и библиотеката scikit-learn. Всяка стъпка отговаря на конкретен компонент от машинното обучение – от обработка на данни до обучение и съхранение на модела. Реализацията включва следните етапи:

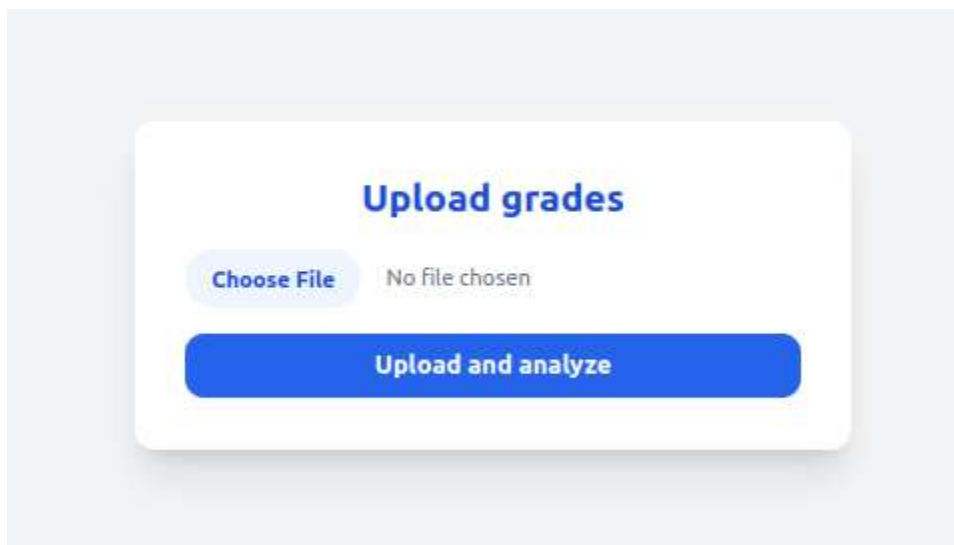
След създаването и обучението на SVM модел за класификация на научни термини, разработен е уеб базиран приложно програмен интерфейс (API), който позволява автоматизирано извличане на ключови научни понятия от свободен текст. Реализацията е изградена чрез уеб фреймуърка Flask, а комуникацията с услугата се осъществява чрез HTTP POST заявки с JSON съдържание.

3.7 Реализация на софтуерна система, анализираща академичните постижения на ученици

В рамките на настоящия дисертационен труд беше разработена софтуерна система, базирана на Python, която цели да подпомогне процеса на образователен анализ и ранна диагностика на потенциални затруднения при ученици. Основният подход, заложен в системата, се основава на интуиционистки размити оценки (ИРО) – математическа рамка, която позволява по-гъвкаво и обективно моделиране на субективни данни, като се вземат предвид едновременно степента на принадлежност, степента на непринадлежност и степента на неопределеност в оценките.

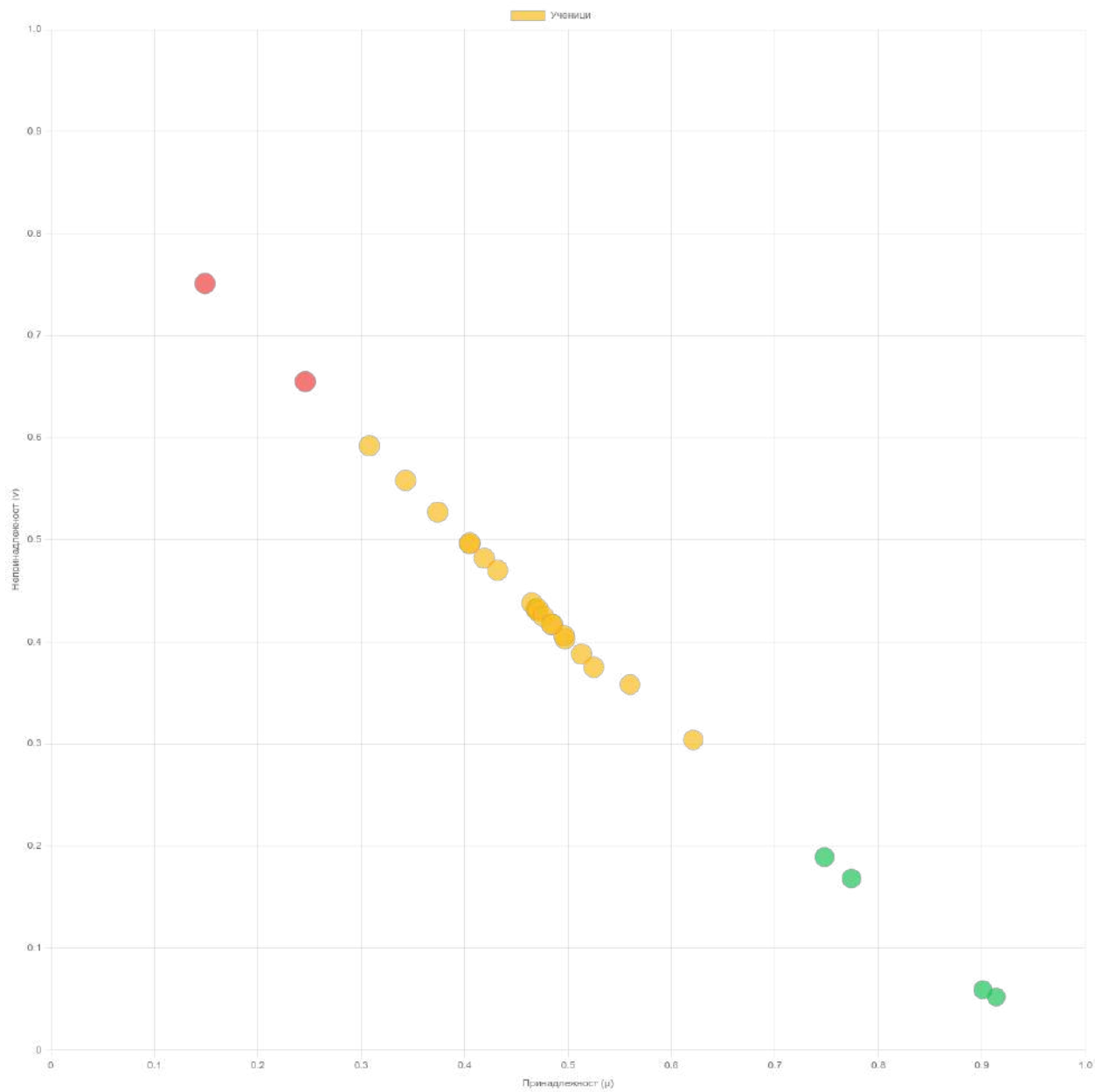
Системата е създадена с цел обработка на данни от реални електронни дневници, включващи индивидуални оценки, отсъствия, участие в дейности и други показатели. Всеки ученик се представя чрез множество ИРО по различни критерии, като резултатите се използват за формиране на агрегирани интуиционистки размити оценки. Това дава възможност за класифициране на ученици по нива на образователен риск, както и за идентифициране на групи, нуждаещи се от допълнителна подкрепа.

Системата е разработена чрез Python, Flask и pandas библиотеката. Системата приема файл с данни във формат CSV (фиг. 41). След подаване на файла, се извършва анализ на учениците и изчисление на ИРО за всеки от тях.



Фиг. 4. Интерфейс за импортиране на оценки

Чрез JavaScript и библиотеката Chart.js се визуализира получената графика с резултатите на учениците (фиг. 5). Освен резултатите се визуализират и кръгчета с цветове, които отговарят на всеки ученик и са с цвета на групата, към която принадлежи ученика (фиг. 6). При клик върху кръгчето на ученика се визуализира таблица с отделните ИРО за всеки ученик (фиг. 7).



Фиг. 5. Получената графика с ИРО на учениците



Фиг. 6. Резултати за учениците

Details for student №3

μ : 0.621, v : 0.304, n : 0.076

Subject	μ	v	n
English	0.42	0.48	0.1
Biology	0.44	0.46	0.1
Bulgarian	0.5	0.4	0.1
Geography	0.75	0.2	0.05
History	0.94	0.04	0.03
Mathematics	0.5	0.4	0.1
Physics	0.44	0.46	0.1
Sports	0.92	0.05	0.03
Philosophy	0.88	0.07	0.05
Chemistry	0.42	0.48	0.1

Фиг. 7. Резултат по предмети за конкретен ученик

Разработването на софтуерна реализация на системата за ИРО-анализ има съществено значение, тъй като трансформира идеята за анализ на академичните резултати на ученици чрез интуиционистки размитите оценки в практически инструмент с реална приложимост в образованието. Благодарение на автоматизацията на изчисленията, визуализацията на резултатите и възможността за анализ в реално време, системата позволява на учители, психолози и училищни ръководства да вземат по-информирани и обосновани педагогически решения. Освен това, тя създава основа за дългосрочно натрупване и сравнение на данни, което подпомага както индивидуалния напредък на учениците, така и стратегическото планиране на училищно ниво. В този смисъл, софтуерната реализация не просто улеснява анализа – тя осигурява устойчива основа за превенция, подкрепа и развитие в образователната среда.

3.8 Реализация на софтуерна система, анализираща резултатите от Държавни зрелостни изпити (ДЗИ) в системата на средното образование на Република България

Образователните резултати от Държавните зрелостни изпити (ДЗИ) винаги са били важен показател за всички хора, свързани с образованието – ученици, родители, учители, директори и Министерството на образованието на науката. В светлината на модернизацията на образователната система, ученето за Индустрията на бъдещето и все по-ключовата роля на изкуствения интелект на пазара на труда на бъдещето, темата за резултатите на учениците става все по-важна. В рамките на дисертационния труд е предложена работна рамка и е реализиран софтуер за извличане на знания от данни (data-mining), базиран на интуиционистки размити оценки [14, 15] и клъстериращи алгоритми [32, 56], с цел анализ на Държавни зрелостни изпити. Софтуерната реализация е базирана на програмния език Python.

Уеб базираната платформа работи в шест стъпки. На първата от тях се предоставят данни за резултатите от ДЗИ на училищата (фиг. 8). Данните са в JSON формат, като се зареждат и обработват в платформата. Данните за ДЗИ се публикуват в българския портал за отворени данни [76].

Upload JSON with scores

Choose File

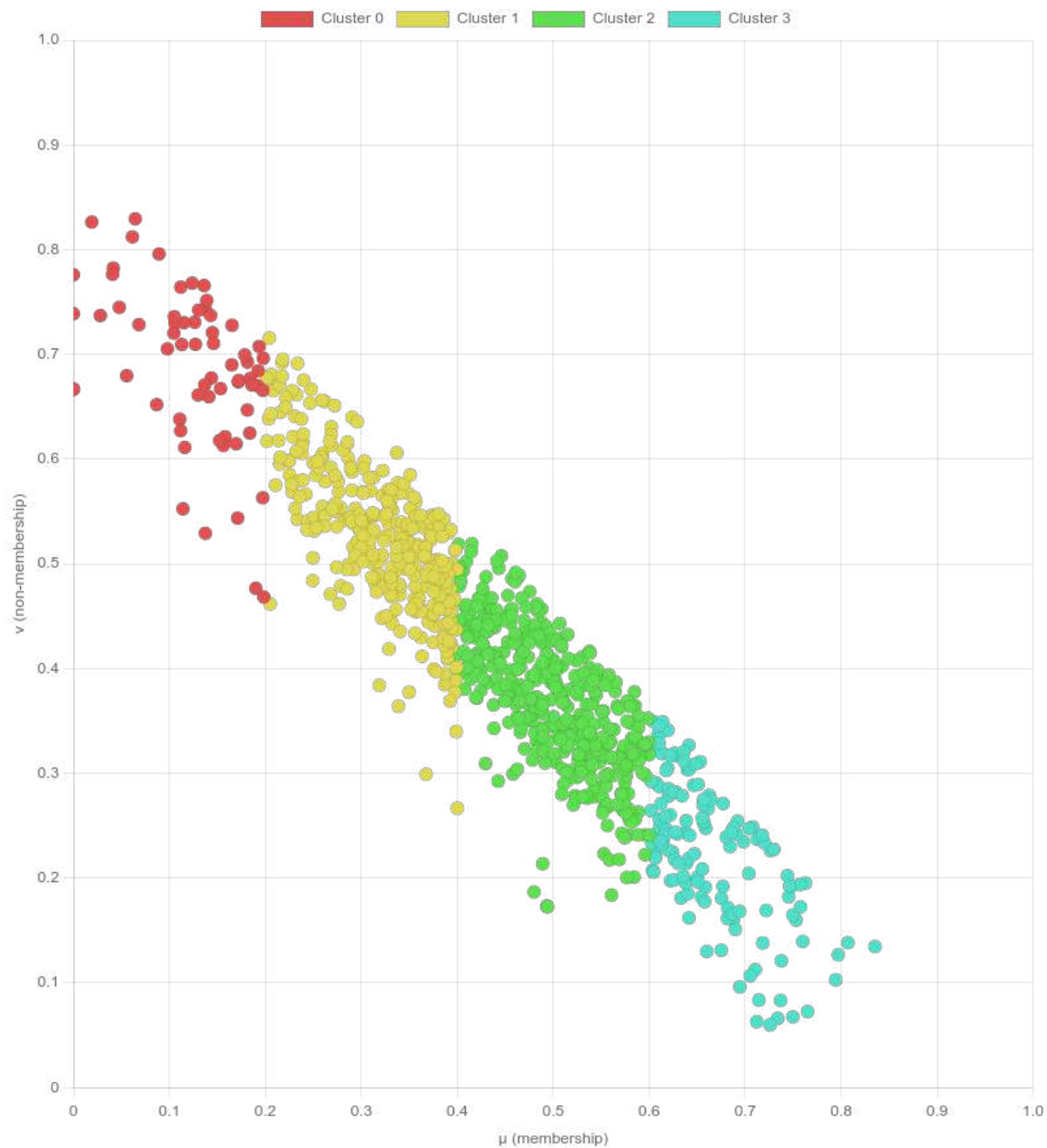
No file chosen

Upload and analyze

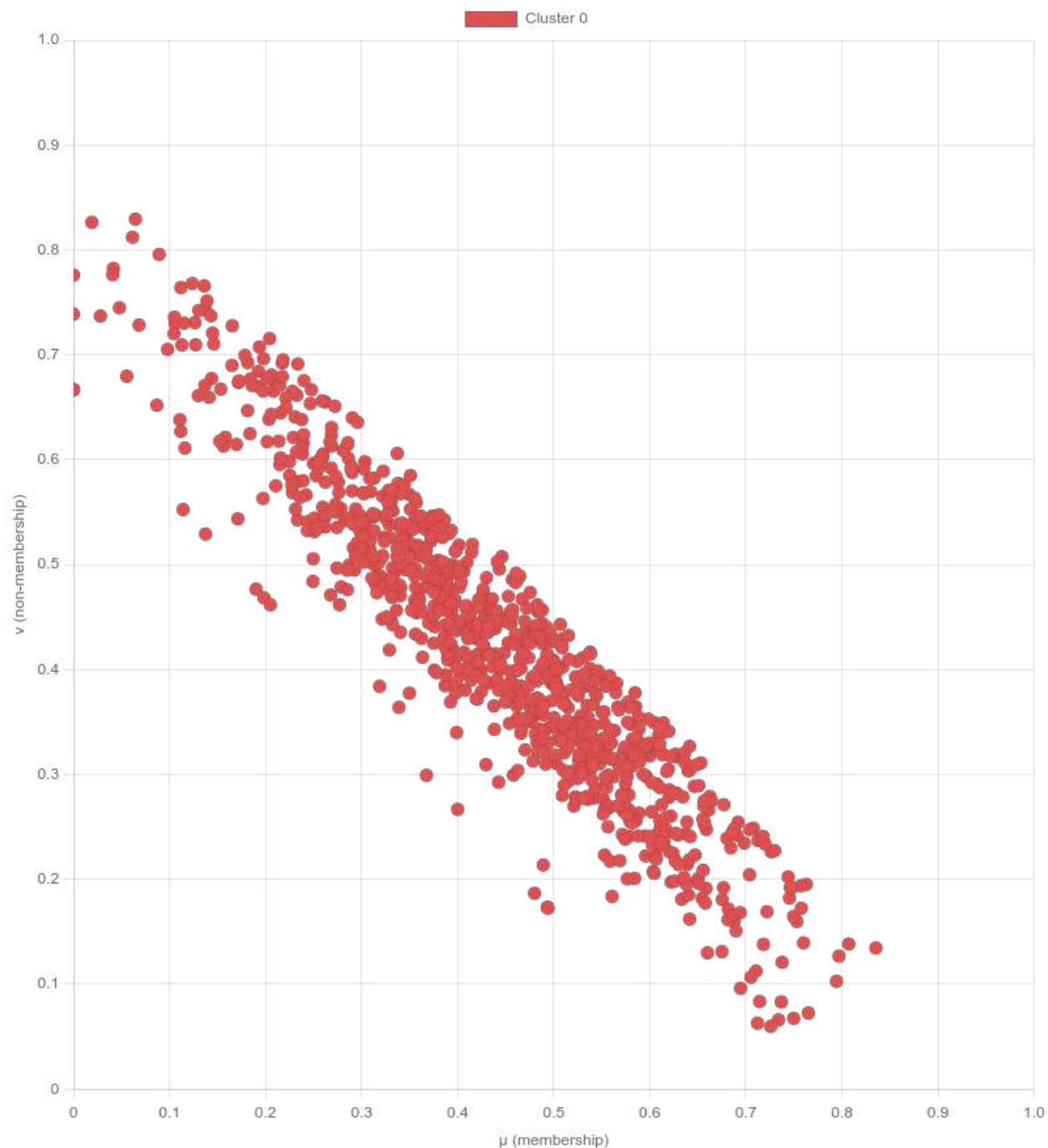
Фиг. 8. Интерфейс за качване на JSON файл с резултати

След изчислението на ИРО на всяко училище, данните се подават към DBSCAN клъстериращ алгоритъм. За да се отрази адекватно ситуацията в образователната система, е желателно да се изберат подходящи параметри за DBSCAN алгоритъма, така че да се получат около 6-7 клъстера. Клъстерите, също е добре да зависят от степента на принадлежност, поради което се използва и допълнително сегментиране на клъстерите по степен на принадлежност на получените агрегирани ИРО за училище.

В рамките на настоящия дисертационен труд, бяха изпробвани различни стойности за *eps* и *min_samples*, с набора от данни за учебната 2023/2024 учебна година. При стойности *eps* = 0.5 и *min_samples* = 5, се получават 4 клъстера и не се наблюдава шум (outliers) (фиг. 9). В този случай клъстерите, се получават изцяло от сегментацията, но без нея би се получил един общ клъстер (фиг. 10). Това показва, че тези стойности не са напълно подходящи за алгоритъма. Въпреки това, за по-базов анализ, има практическа полза от резултата.



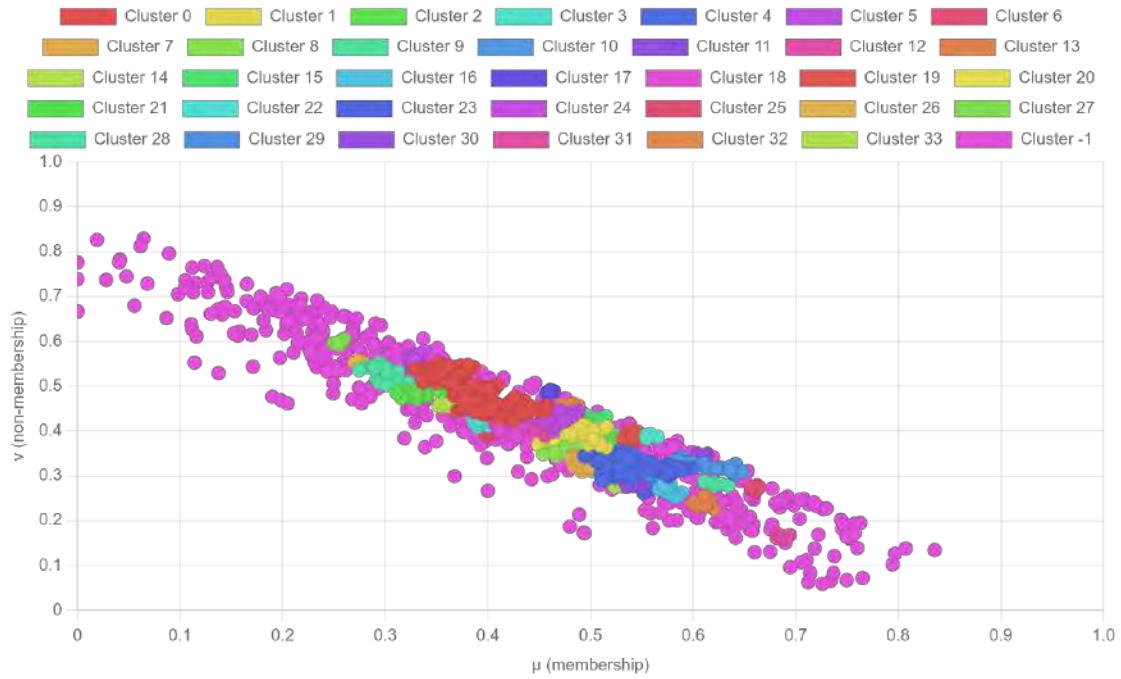
Фиг. 9. Резултат от DBSCAN при стойности $eps = 0.5$ и $min_samples = 5$ и сегментация по степента на принадлежност



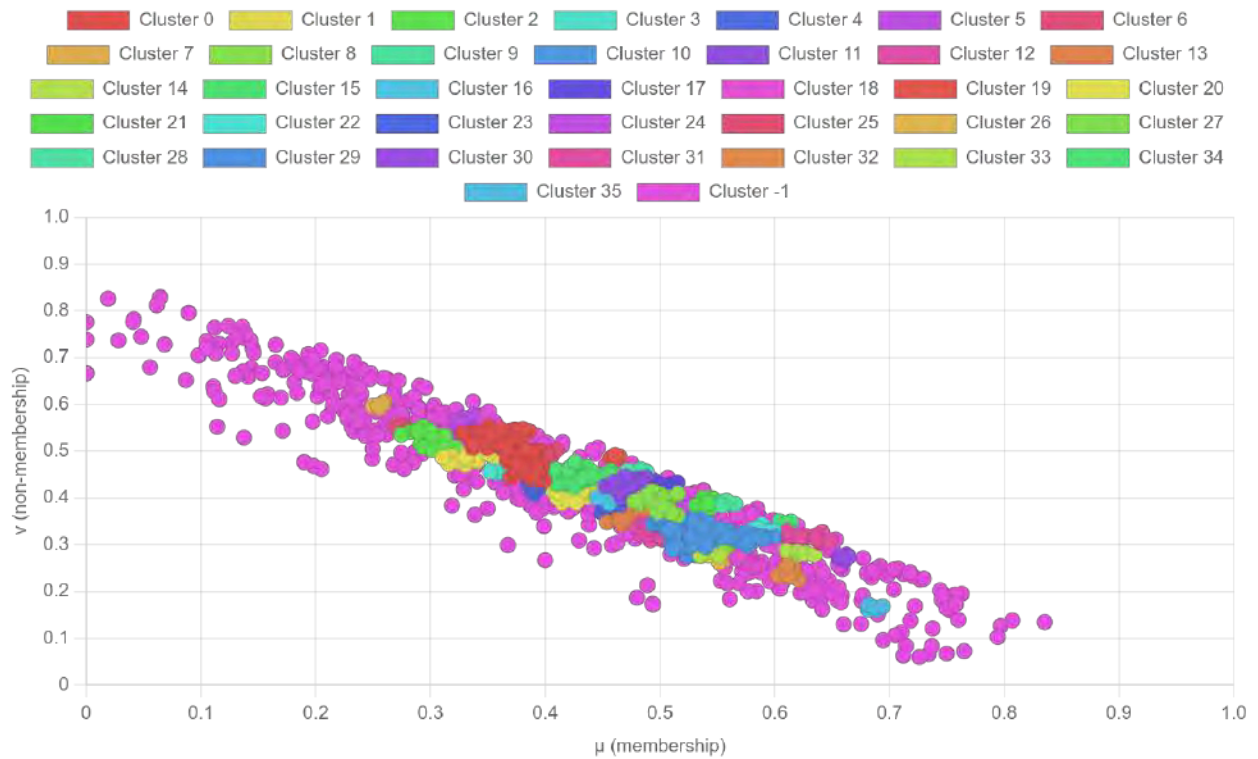
Фиг. 10. *Резултат от DBSCAN при стойности $eps = 0.5$ и $min_samples = 5$ без сегментация по степента на принадлежност*

Следващата стойност, с която ще опитаме е $eps = 0.01$ и $min_samples = 5$. Без сегментиране получаваме 34 клъстера и доста училища, които остават като шум (фиг. 11). Със сегментация получаваме 36 клъстера и някои училища, които остават като шум (фиг.

12).



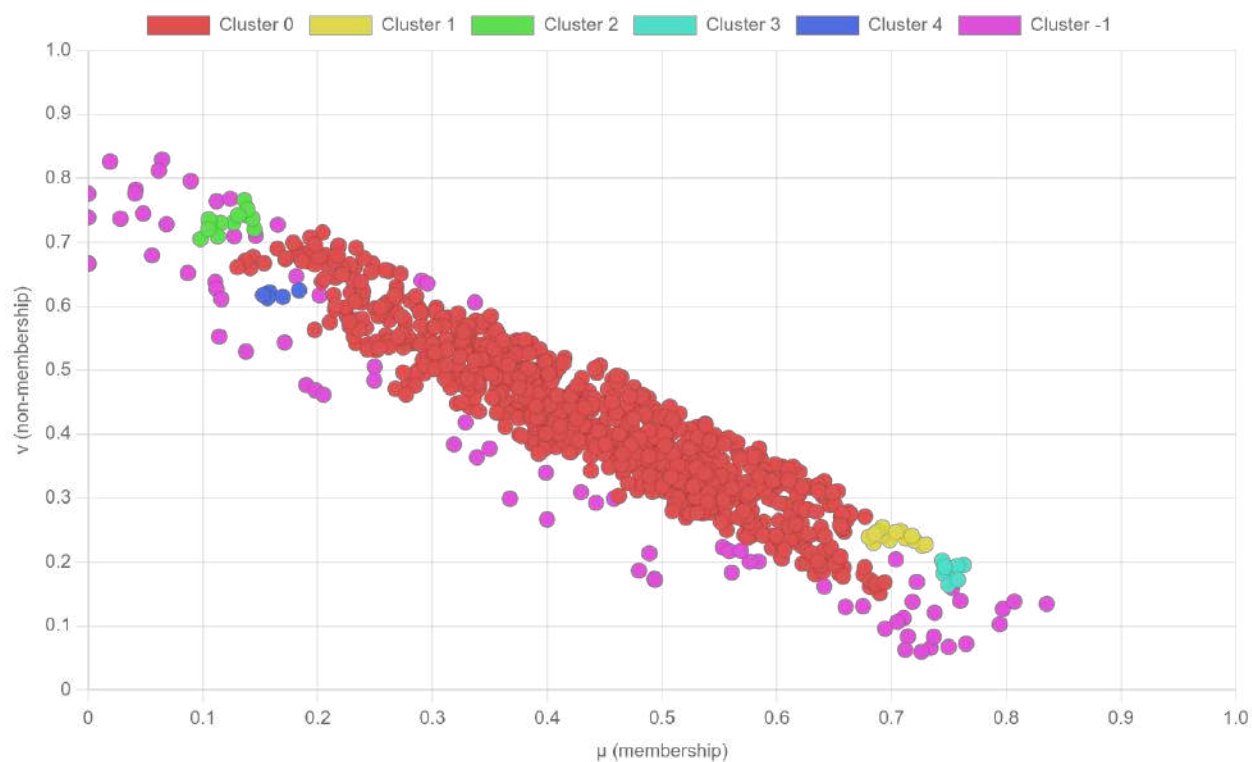
Фиг. 11. Резултат от DBSCAN при стойности $\text{eps} = 0.01$ и $\text{min_samples} = 5$ без сегментация по степента на принадлежност



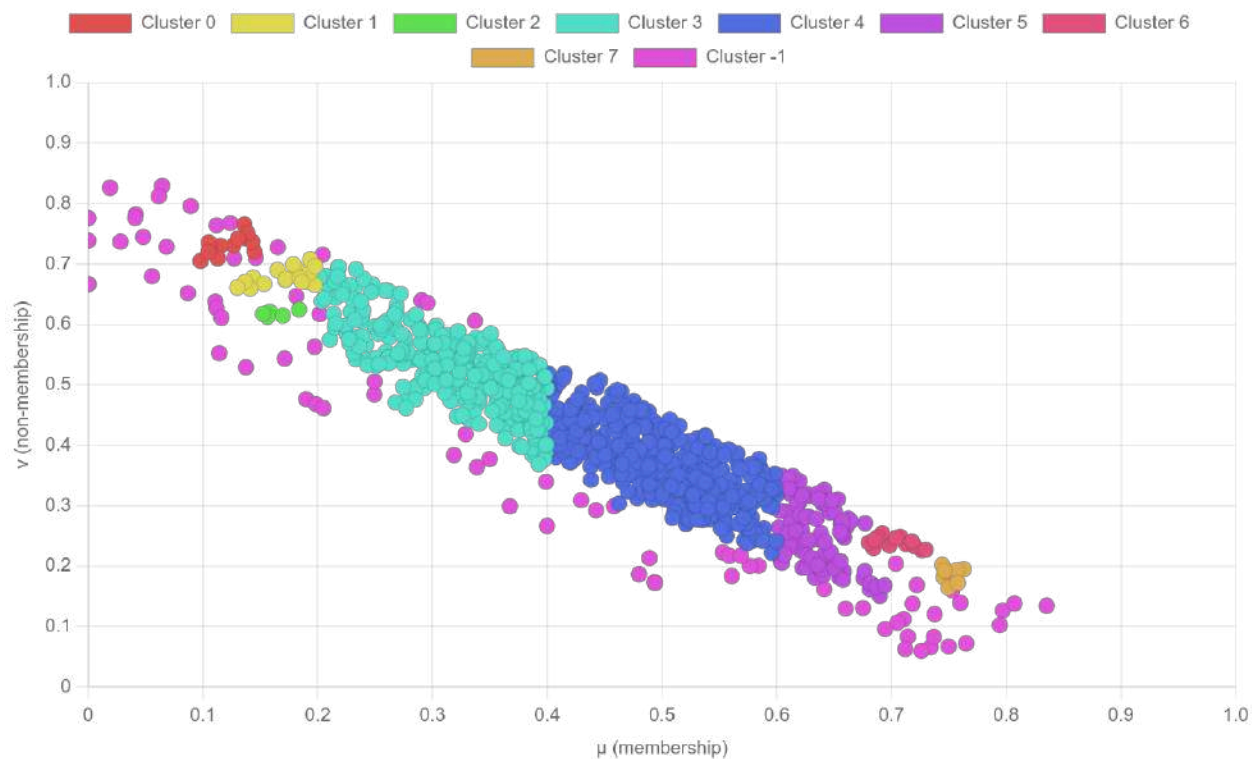
Фиг. 12. *Резултат от DBSCAN при стойности $eps = 0.01$ и $min_samples = 5$ със сегментация по степента на принадлежност*

Наличието на твърде много клъстери в този случай е по-скоро неудобно за анализ, но въпреки това би могло да бъде потенциален индикатор за комплексен анализ и връзка между определени училища, за които биха били нужни сходни мерки. Въпреки това, в този случай доста училища остават извън клъстерите като шум, което води до пропуснатата възможност за анализ и извличане на знания за тях.

При стойности $eps = 0.02$ и $min_samples = 5$, получаваме значително по-малко клъстери и шум. Без сегментация се образуват 5 клъстера и шум (фиг. 13), а със сегментация – 8 клъстера и шум (фиг. 14). Този вариант се счита за удобен за последващ анализ и изводи.



Фиг. 13. *Резултат от DBSCAN при стойности $eps = 0.02$ и $min_samples = 5$ без сегментация по степента на принадлежност*



Фиг. 14. Резултат от DBSCAN при стойности $eps = 0.02$ и $min_samples = 5$ със сегментация по степента на принадлежност

DBSCAN е реализирана чрез библиотеката `scikit-learn` в Python, а графиките се визуализират от клиентската част чрез JavaScript и `chart.js` библиотеката.

Клиентската част визуализира данните чрез JavaScript и `Chart.js` библиотеката. Графиката е интерактивна и позволява да се види кое училище отговаря на дадената точка, както и да се премахнат точките от даден клъстер. По този начин се създава лесна и удобна за потребителя графика, която да позволи по-лесно анализиране на клъстерираща процедура.

На база на получените резултати от DBSCAN (фиг. 14), може да се направят следните изводи за училищата от всеки от клъстерите:

- Клъстер 0 (в горната лява част, червен) – училища в този клъстер показват ниски резултати с висока степен на увереност в оценката (ниска стойност на степен на неопределеност). Това са училища, които имат консистентни ниски резултати и изискват вземането на мерки;

- Клъстер 1 (в горната лява част, жълт) – училища, които са малко по-добре от тези в клъстер 0, но имат умерена стойност за степен на непринадлежност, както и доста ниска стойност на принадлежност. Това са училища с ниски резултати, но потенциал за подобрене. Отново изискват конкретни мерки за повишаване на резултати и качество на образователния процес;
- Клъстери 2 и 3 (по средата, зелен и циан) – училища с добри средни резултати. Въпреки че те могат да бъдат считани за по-скоро нормални, със сигурност това са училища, които имат потенциал за подобрене на резултатите си. В тези клъстери фигурират доста училища;
- Клъстер 4 (по средата към дясно, син) – училища с добри резултати, които са над средните, но имат потенциал за растеж и подобряване на своите резултати. С подходящи мерки, тези училища могат да се превърнат в топ училища;
- Клъстер 5 (дясната част, розово) – училища с топ резултати, но смесени нива на неопределеност. Тук са индикирани училища с добри резултати, но често с по-висока степен на неопределеност. Тези училища имат добри резултати, но също могат да се набележат подходящи мерки за растеж;
- Клъстер 6 (дясно, червено) – Училища с топ резултати и по-ниска степен на неопределеност. Това са училища с консистентно добри резултати;
- Клъстер 7 (дясно, оранжево) – Училища с топ резултати и много малки стойности на непринадлежност. Това са елитни училища с главно отлични оценки на ДЗИ.
- Клъстер -1 (шум) – Това са училища, които са или с изключително високи резултати или са с малък брой ученици, но по-ниски резултати. Голяма част от училищата, класифицирани като шум, са едни от най-елитните в страната. Допълнително сегментиране на училищата класифицирани като шум, може да доведе до допълнителна и полезна информация.

Софтуерът, който е създаден в рамките на настоящия дисертационен труд е лесен за употреба, като в същото време не изисква специфични настройки, ресурси или инсталация. В същото време, подлежи на лесно надграждане и разширяване на функционалността, което го прави чудесна възможност за внедряване в образователната система за целите на РУО, МОН и други организации, които се занимават с управление и анализ на образованието.

Приноси в дисертационния труд

Приносите в настоящия дисертационен труд са от научен, научно-приложен и приложен характер.

Научните приноси са следните:

- Разработване на алгоритъм с интуиционистки размити оценки за анализ на данни и препоръки за учебни постижения на ученици и разработване на алгоритъм с интуиционистки размити оценки за анализ на данни от Държавни зрелостни изпити в системата на средното образование в България;
- Дефиниране на интуиционистки размити оценки в процеса на сортиране на отпадъци чрез роботизирана ръка и за оценяване на честотата на потребителски заявки;
- Разработване на алгоритми за решение на задачата на раницата, основани на кръгови и елиптични интуиционистки размити множества;

Научно-приложните приноси са следните:

- Създаден е обобщеномрежов модел, отразяващ процеса за клъстеризация на големи данни чрез алгоритъма DBSCAN (Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise). Основната концепция на DBSCAN се основава на разпознаването на области с висока плътност на обекти, които се разглеждат като клъстери, и отделянето на обекти с ниска плътност като шум или аномалии. В сравнение с други алгоритми за клъстерен анализ DBSCAN не изисква в началото да се определя броят на клъстерите. Друго ценно качество на алгоритъма е, че той дава по-добро разпределение на клъстерите, когато данните са с нечетна форма;
- Създаден е обобщеномрежов модел, отразяващ процеса на клъстеризация чрез метода BIRCH - един от най-ефективните за обработка на големи набори от данни. BIRCH е специално създаден да обработва големи обеми информация, като минимизира необходимостта от съхранение на данните в паметта. Основната му идея е да изгражда компактно обобщение на данните посредством специална йерархична структура, наречена CF-дърво (Clustering Feature Tree), което позволява инкрементална и динамична обработка на входните обекти;
- Реализация на метод на опорните вектори с интуиционистки размити оценки за разпознаване на научни термини и определяне на ключови думи в система за предлагане на обучителни ресурси и научни статии;
- Решение за оптимизация за доставка на пратки, основано на анализ на данни и приложение на елиптичната интуиционистки размита задача за раницата за вземане на решения;

Приложният принос се състои в тествания на основни техники от областта на извличане на знания. За конструираните модели е илюстрирана реализация с актуални данни с цел онагледяване и изследване на практическата част от работата с посочените методи. За реализациите на тестванията на алгоритмите с интуиционистки размити оценки и задачата за раницата са използвани продукти със свободен лиценз на разпространение.

Публикации

- 1*. Petrov, P., Bureva, V., Kacprzyk, J. (2023). Generalized Net Model of Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise (DBSCAN) Algorithm and Its Application on Diabetes Dataset. In: Sotirov, S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanasov, K.T., Sotirova, E., Ribagin, S. (eds) Recent Contributions to Bioinformatics and Biomedical Sciences and Engineering. BioInfoMed 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 658. Springer, Cham., pp 264–271 https://doi.org/10.1007/978-3-031-31069-0_26
- 2*. Bureva, V., Petrov, P., Popov, S. (2022). Generalized Net Model of Balanced Iterative Reducing and Clustering Using Hierarchies (Birch) with Intuitionistic Fuzzy Evaluations. In: Kahraman, C., Tolga, A.C., Cevik Onar, S., Cebi, S., Oztaysi, B., Sari, I.U. (eds) Intelligent and Fuzzy Systems. INFUS 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 504. Springer, Cham., pp 673–680 https://doi.org/10.1007/978-3-031-09173-5_78
- 3*. Petrov, P., Bureva, V., Atanasov, K. (2023). Intuitionistic Fuzzy Evaluations of Garbage Sorting Using a Robotic Arm. In: Kahraman, C., Sari, I.U., Oztaysi, B., Cebi, S., Cevik Onar, S., Tolga, A.C. (eds) Intelligent and Fuzzy Systems. INFUS 2023. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 758. Springer, Cham., pp 259–264 https://doi.org/10.1007/978-3-031-39774-5_32
- 4*. Bureva, V., Petrov, P., Andonov, V., Atanasov, K. (2023). Intuitionistic Fuzzy Evaluation of User Requests Frequency. In: Atanasov, K.T., *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support - New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2022 2022. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 793. Springer, Cham., pp 15–21 https://doi.org/10.1007/978-3-031-45069-3_2
- 5*. Petrov P. , Bureva V. Software System for Monitoring of Student Academic Performance in School using Intuitionistic Fuzzy Evaluations, FQAS: Conference on Flexible Query Answering Systems, 11 – 13 September 2025, Burgas, Bulgaria (in press)
- 6*. Traneva, V., Petrov, P., Tranev, S. (2023). Intuitionistic Fuzzy Knapsack Problem Through the Index Matrices Prism. In: Georgiev, I., Datcheva, M., Georgiev, K., Nikolov, G. (eds) Numerical Methods and Applications. NMA 2022. Lecture Notes in Computer Science, vol 13858. Springer, Cham. pp 314–326, https://doi.org/10.1007/978-3-031-32412-3_28

- 7*. Traneva, V., Petrov, P., Tranev, S. (2024). Circular Intuitionistic Fuzzy Knapsack Problem. In: Lirkov, I., Margenov, S. (eds) Large-Scale Scientific Computations. LSSC 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol 13952. Springer, Cham. pp. 279- 287, https://doi.org/10.1007/978-3-031-56208-2_28
- 8*. Traneva, V., Petrov, P., Tranev, S.: An Elliptic Intuitionistic Fuzzy Portfolio Selection Problem based on Knapsack Problem. Annals of Computer science and information systems 37, 335- 342 (2023). doi: 10.15439/2023F4882
- 9*. Traneva, V., Petrov, P., Tranev, S. (2024). A Software Solution for Package Delivery Optimization in Courier Business Using an Elliptic Intuitionistic Fuzzy Knapsack Problem Recent advances in computational optimization: results of the Workshop on Computational Optimization WCO 2023, 2025
- 10*. Petrov P. , Bureva V. From Data to Insight: An Intuitionistic Fuzzy Clustering Framework for Evaluating School Performance in Bulgaria, SISNEXUS 2025, Extended Abstracts of the International Conference “Science-Industry-Society Nexus for Sustainable Regions”, June 12-14 2025, Burgas, Bulgaria -> Bioautomation